

# 致远学院课程教学大纲

## 一、课程基本信息

课程代码：MA131

课程名称（中文）：渐近分析

课程名称（英文）：Asymptotic Analysis

学分/学时：34/2

课程讨论时数(小时)：0

课程实验数(小时)：0

开课时间：春

课程类别：本科生学位课

开课院系：理学院数学系

任课教师（姓名）：周栋焯

预修课程：数学分析，高等代数，复变函数，常微分方程，偏微分方程

面向专业：理学院数学系、物理系以及“理工结合类”学生

## 二、课程内容简介

本课程是针对高年级的数学系或者物理系开设的，课程将重点强调如何运用数学方法（如渐近展开、扰动分析等）来解决实际物理问题，而不追求这些方法的严格性的证明，其内容包括如何利用拉普拉斯方法以及最速下降法近似求解指数型的积分以及如何理解伯格方程激波的产生；如何利用 WKB 方法近似得到常微分方程的高频解，以及中间需要用到的 Airy 函数的性质；如何利用稳相方法求解振荡型的积分以及如何分析线性色散波方程的解的长时间的行为；如何使用变分方法以及相关的哈密尔顿-雅可比理论；如何理解几何光学中的费马原理；如何利用奇异扰动理论来处理包含多个时间尺度的常微分方程以及相关的边界层理论，最后介绍一些多尺度分析的知识和技巧以及弱非线性波理论。

## 三、教学内容安排与学习要求

第一部分 基础知识介绍(4 学时)

- 1.1 “大 0”与“小 0”阶数
- 1.2 渐近序列与超越所有阶
- 1.3 渐近级数与渐近展开

## 第二部分 指数型积分的近似（10 学时）

- 2.1 指数型积分与 Watson 引理
- 2.2 拉普拉斯方法与斯特林公式
- 2.4 弱扩散伯格方程的极限解
- 2.4 最速下降法与鞍点法
- 2.5 Airy 函数的渐近行为

## 第三部分 振荡型积分的近似（6 学时）

- 3.1 稳相方法
- 3.2 线性色散波方程解的长时间行为
- 3.3 几何光学

## 第四部分 常微分方程的扰动（8 学时）

- 4.1 级数解的渐近行为
- 4.2 WKB 理论
- 4.3 奇异扰动理论与边界层

## 第五部分 多尺度分析（6 学时）

- 5.1 变分方法
- 5.2 哈密尔顿-雅可比理论
- 5.3 共振与久期行为
- 5.4 弱非线性波理论

## 四、课程考核要求

### 1. 实验（上机）内容和基本要求

本课程无实验和上机安排，但要求学生能对一些基本微分方程进行计算机模拟。

### 2. 基于学业规范的要求（道德行为规范、作业规范、作业规范、试验规范等）

应遵守学校《上海交通大学学生手册》里有关学术诚实的条例，上课准时，上课期间，关掉手机。

### 3. 考试成绩除了笔试外，还包括平时作业和出勤率。

### 4. 平时作业占 40%，期末考试占 60%。

## 五、参考教材与文献

1. Applied Asymptotic Analysis, Peter D. Miller, American Mathematical Society.
2. Advanced mathematical methods for scientists and engineers, Carl M. Bender & Steven A. Orszag, McGraw Hill.
3. Asymptotic Analysis, J.D. Murray, Springer-Verlag.